MINESEC
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Baccalauréat
Série : D
Épreuve : Mathématiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 4

Session :2005

L'épreuve comporte deux exercices et un problème sur deux pages numérotées de 1 à 2. Le candidat devra traiter chacun des exercices et le problème.

Exercice 1 : 4 points

On considère les intégrales : $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x}\cos^2 x\,dx$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x}\sin^2 x\,dx$.

1. Calculer $I + J$. ***1pt***

2. Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$$f(x) = \frac{1}{4}e^{2x}(\cos 2x + \sin 2x)$$

a) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et calculer $f'(x)$. ***1pt***

b) En déduire $I - J$. ***1pt***

3. Calculer I et J. ***1pt***

Exercice 2: 5 points

Soit le plan P rapporté à un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$. On considère la transformation t de P dans P qui à tout point M d'affixe $z = x + iy$ associe le point M' d'affixe $z' = x' + iy'$ tel que : $z' = z + 1 + i\sqrt{3}$.

1. a) Déterminer x' et y' en fonction de x et y. ***0,5pt***

b) Déterminer la nature et l'élément caractéristique de la transformation t. ***0,75pt***

2. Soit la transformation r, qui au point M d'affixe z associe le point M_1 d'affixe z_1 tel que :

$$z_1 = \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z.$$

Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation r. ***1pt***

3. Soit la transformation $s = rot$ qui, au point M (x, y) d'affixe z, associe le point M_2 (x_2, y_2) d'affixe z_2.

a) Exprimer z_2 en fonction de z. ***1pt***

b) Déterminer les coordonnées de l'image C' du point C $(1 ; -\sqrt{3})$ par s. ***0,5pt***

4. Soit la droite (D) dont une équation est : $x + y\sqrt{3} + 2 = 0$.

a) Montrer que le point C appartient à (D). ***0,5pt***

b) Soit (D') l'image de (D) par s.

Déterminer le point d'intersection de (D) et (D'). ***0,75pt***

Problème :11 points

Le problème comporte deux parties A et B indépendantes. Le candidat devra traiter les deux parties.

Partie A

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = x + \frac{2}{x}$.

1. Montrer que f est une fonction impaire et étudier ses variations sur $\mathbb{R}^*$. *1pt*

2. Soit C_f la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé .

a) Déterminer les branches infinies de la courbe C_f de f. *0,5pt*

b) Étudier les variations de f. *0,5pt*

c) Tracer la courbe C_f. *0,5pt*

3. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par : $g(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x - 1}$.

a) Montrer que, pour tout x de $\mathbb{R} - \{1\}$: $g(x) = f(x - 1) + 2$. *0,5pt*

b) En déduire que le point I de coordonnées (1 ; 2) est centre de symétrie de la courbe C_g représentative de g. *0,5pt*

3. Sans étudier la fonction g, Construire C_g dans le même repère . On précisera les asymptotes de la courbe C_g *1pt*

4. Calculer l'aire du domaine plan limité par la courbe C_g, les droites d'équations respectives $x = 2$; $x = a$ et $y = x + 1$ où a est un réel supérieur à 2. *1pt*

Partie B

Soit h la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = \dfrac{2e^x + 2x - 2}{e^x}$.

On désigne par (Γ) la courbe représentative de h dans un repère orthonormé. (Unités sur les axes : 2 cm).

1. a) Montrer que l'on peut écrire $h(x)$ sous la forme $2 + \varphi(x)$ où φ est une fonction que l'on déterminera. *0,5pt*

b) Montrer que la limite de $\varphi(x)$ quand x tend vers $+\infty$ est égale à 0. *0,5pt*

c) Étudier les variations de h et calculer h (0). *1pt*

2. a) Montrer que la courbe (Γ) coupe son asymptote en un point I dont on déterminera les coordonnées. *0,5pt*

b) Écrire une équation de la tangente (T) à (Γ) au point d'abscisse 0. *0,5pt*

c) Tracer la courbe (Γ). *1pt*

3. Soit (D_m) la droite d'équation $y = -m$, m étant un réel.

a) Tracer (D_1) et (D_{-2}). *0,5pt*

b) Discuter suivant les valeurs de m le nombre et le signe des solutions de l'équation

$$E_m : (2 + m)e^x + 2x - 2 = 0.$$ *1pt*