Ministère de l'Éducation Nationale
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Baccalauréat Session : 2004
Série : D
Épreuve : Mathématiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 4

L'épreuve comporte deux exercices et un problème . Le candidat devra traiter chacun des exercices et le problème. La qualité de la rédaction et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat

Exercice 1 : 4 points

Une urne contient douze boules numérotées de 1 à 12. On tire simultanément trois boules. On suppose que tous les résultats possibles d'un tel tirage sont équiprobables. On désigne par a, b et c les numéros des trois boules tirées.

Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « a, b et c sont des termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison 3 ». *1pt*

B : « a, b et c sont des termes consécutifs d'une suite géométrique de raison 2 ». *1pt*

C : « a, b et c sont des termes consécutifs d'une suite arithmétique de la raison (– 2) ». *2pts*

N.B : On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.

Exercice 2 : 5 points

Soit le polynôme $P(Z) = 2Z^3 - 4Z + \lambda$ où Z désigne un nombre complexe et où λ est un nombre réel. On considère l'équation (E) : $P(Z) = 0$

1.a) Montrer que si (E) admet une solution complexe Z_0, alors $\overline{Z_0}$ est aussi solution de (E).*0,5pt*

b) En déduire que l'équation (E) admet au moins une solution réelle. On ne demande pas de la déterminer. *0,5pt*

2. a) Déterminer λ pour que l'équation (E) admette comme solution réelle $\sqrt{2}$. *0,5pt*

b) Résoudre l'équation (E) pour la valeur de $\lambda = 0$. *0,5pt*

3. On donne $\lambda = 8$.

a) Vérifier que $1 + i$ est une solution de (E). *0,5pt*

b) Résoudre alors l'équation (E). *1,75pt*

c) Déterminer le module et un argument à chaque solution de (E). *0,75pt*

Problème : 11 points

Le problème comporte deux parties indépendantes. Le candidat devra traiter les deux parties.

Partie A

On considère l'équation différentielle : $y'' - y' + \frac{1}{4}y = 0$.

1. Résoudre cette équation. *0,75pt*

2. Déterminer la solution particulière de cette équation qui vérifie les deux conditions suivantes : sa courbe représentative passe par le point $A(0 ; 4)$ et la tangente à cette courbe au point d'abscisse 2 a pour coefficient directeur 0. *1pt*

3. a) Étudier les variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (4 - x)e^{\frac{1}{2}x}$. *0,75pt*

b) Dresser le tableau de variation de f *1pt*

c) Étudier les branches infinies à C_f. ***0,25pt***

d) Tracer dans le plan rapporté à un repère orthonormé la courbe représentative C_f et la tangente à C_f au point d'abscisse 2. ***0,75pt***

4. a) Montrer que la restriction f_1 de f dans $]-\infty\ ;\ 2]$ est une bijection de $]-\infty\ ;\ 2]$ vers un intervalle que l'on déterminera. ***0,5pt***

b) Tracer la courbe C_l de la réciproque f_1^{-1} de f_1. ***0,5pt***

5. Calculer l'aire de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe C_f et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 4$. ***1pt***

Partie B

Soit g_a la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $g_a(x) = 1 + (-x^2 + ax + a)e^{-x}$, où a est un réel donné.

1. Montrer que les courbes C_a représentatives des fonctions g_a passent par un point fixe K dont on déterminera les coordonnées. ***0,75pt***

2. Montrer que pour tout réel a différent de -2, la fonction g_a admet deux extremums dont l'un a pour abscisse $x = 0$. ***1pt***

3. Soit M_a le point d'abscisse $(a + 2)$ sur la courbe C_a. Calculer l'ordonnée de M_a. ***0,5pt***

4. Quand le réel a varie, le point M_a décrit une courbe (Γ). Donner une équation cartésienne de la courbe (Γ). ***0,5pt***

5. Vérifier que (Γ) passe par le point K. ***0,5pt***

6. Étudier les variations de g_0 et construire la courbe C_0 dans le plan muni d'un repère orthogonal.

Unités sur les axes : 1 cm sur l'axe des abscisses et 3 cm sur l'axe des ordonnées. ***1,25pt***